Temperatura media en el mes de julio en España

Año	Temperatura media
1920	23.3
1930	23.4
1940	24.2
1950	24.5
1960	24.2
1970	24.8
1980	24.4
1990	24.5
2000	25.5
2010	24.5
2020	25.0

Datos según un modelo hipotético.

Rectas de Regresión

Vamos a calcular las rectas de regresión de los datos xi, yi. Los datos x serán la primera fila de la matriz introducida y los de y la segunda, u es el vector de la misma longitud con todas sus coordenadas 1,

$$B = \begin{pmatrix} 1920 & 1930 & 1940 & 1950 & 1960 & 1970 & 1980 & 1990 & 2000 & 2010 & 2020 \\ 23.3 & 23.4 & 24.2 & 24.5 & 24.2 & 24.8 & 24.4 & 24.5 & 25.5 & 24.5 & 25 \end{pmatrix}$$

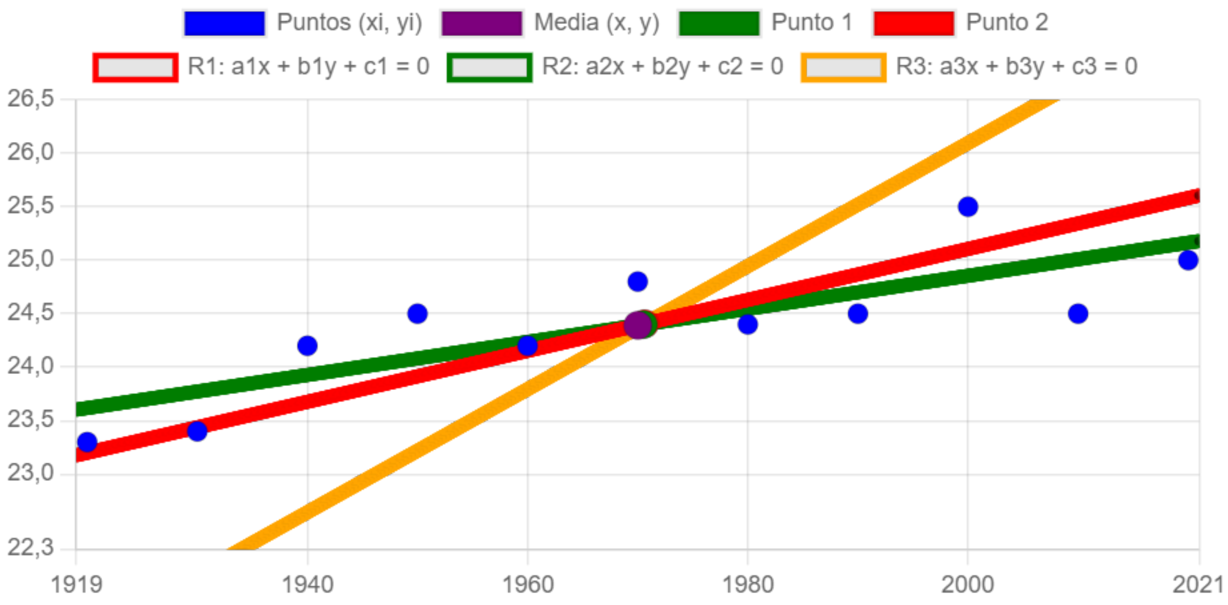
$$M = B \cdot B^T = \begin{pmatrix} x \cdot x & x \cdot y & x \cdot u \\ x \cdot y & y \cdot y & y \cdot u \\ x \cdot u & y \cdot u & u \cdot u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 42700900 & 528721 & 21670 \\ 528721 & 6548.129999999999 & 268.3 \\ 21670 & 268.3 & 11 \end{pmatrix}$$

Las rectas de regresión son

$$a_i x + b_i y + c_i = 0$$

Siendo estos coeficicientes los Adjuntos de cada fila i de la matriz M. Cuando i=1, o 2, tenemos las rectas de regresión usuales.

$a_1 = A_{11} = \begin{vmatrix} y \cdot y & y \cdot u \\ y \cdot u & u \cdot u \end{vmatrix}$ = 44.5399999999936	$b_1 = A_{12} = -\begin{vmatrix} x \cdot y & y \cdot u \\ x \cdot u & u \cdot u \end{vmatrix}$ = -1870	$c_1 = A_{13} = \begin{vmatrix} x \cdot y & y \cdot y \\ x \cdot u & y \cdot u \end{vmatrix}$ = -42132.79999998212
R_1 : 3060765493821x + 128505421496320y - 2895343969421312 = 0		
$a_2 = A_{21} = -\begin{vmatrix} x \cdot y & x \cdot u \\ y \cdot u & u \cdot u \end{vmatrix}$ = -1870	$b_2 = A_{22} = \begin{vmatrix} x \cdot x & x \cdot u \\ x \cdot u & u \cdot u \end{vmatrix}$ = 121000	$c_2 = A_{23} = -\begin{vmatrix} x \cdot x & x \cdot y \\ x \cdot u & y \cdot u \end{vmatrix}$ = 732600
R_2 : 17x + 1100y + 6660 = 0		
$a_3 = A_{31} = \begin{vmatrix} x \cdot y & x \cdot u \\ y \cdot y & y \cdot u \end{vmatrix}$ = -42132.79999998212	$b_3 = A_{32} = -\begin{vmatrix} x \cdot x & x \cdot u \\ x \cdot y & y \cdot u \end{vmatrix}$ = 732600	$c_3 = A_{33} = \begin{vmatrix} x \cdot x & x \cdot y \\ x \cdot y & y \cdot y \end{vmatrix}$ = 65148475.999938965
R_3 : 1413742172569x - 24581976883200y - 2186020107843584 = 0		
R1∩R2 = Punto de medias: $\left(\frac{x \cdot u}{u \cdot u}, \frac{y \cdot u}{u \cdot u}\right)$ = (1970.0000, 24.3909)	R3∩R2 = Punto 1: $\left(\frac{x \cdot x}{x \cdot u}, \frac{y \cdot x}{x \cdot u}\right)$ = (1970.5076, 24.3988)	R3∩R1 = Punto 2: $\left(\frac{x \cdot y}{y \cdot u}, \frac{y \cdot y}{y \cdot u}\right)$ = (1970.6336, 24.4060)
$r_{12} = \frac{A_{12}^2}{A_{11} A_{22}} = 0.6489$	$r_{13} = \frac{A_{13}^2}{A_{11} A_{33}} = 0.6118$	$r_{23} = \frac{A_{23}^2}{A_{22} A_{33}} = 0.0681$
$c_1 = \frac{A_{33}}{x \cdot x \cdot y \cdot y} = \frac{65148475.999938965}{42700900 \cdot 6548.129999999999} = 0.0002$ $c_2 = \frac{\det M}{A_{33} \cdot n} = \frac{172040}{65148475.999938965 \cdot 11} = 0.0002$		



Explicación

Cada recta Ri está determinada por la combinación lineal ax+by+cu que verifica i):

1) multiplicada por los vectores y, u da 0; por x da el cuadrado del volumen de <x, y, u>

2) multiplicada por los vectores x, u da 0; por y da el cuadrado del volumen de <x, y, u>

3) multiplicada por los vectores x, y da 0; por u da el cuadrado del volumen de <x, y, u>

Buscamos la combinación lineal ax+by+cu que más se aproxime a cero sin ser los tres coeficientes iguales a 0, así que a, b o c , uno al menos es distinto de 0

Impongamos que b sea distinto de cero, sea pues b=1. El método de los mínimos cuadrados lo que hace es buscar a, c tales que

la distancia de -ax-cu a y sea mínima,

eso se cumple con el pie de la perpendicular desde y a <x, u>, la diferencia de y a ese pie es perpendicular a <x, u>

$$(-ax-cu - y)\cdot x=0$$
$$(-ax-cu - y)\cdot u=0$$

o lo que es lo mismo

$$(ax+by+cu)\cdot x=0, \text{ es decir. } (a, b, c)\cdot(x\cdot x,\ y\cdot x,\ u\cdot x)=0$$
$$(ax+by+cu)\cdot u=0, \text{ es decir. } (a, b, c)\cdot(x\cdot u,\ y\cdot u,\ u\cdot u)=0$$

Pues esto es lo que se hace al tomar los adjuntos (como en el producto vectorial para las filas 1 y 3 de M), pero como queda otra condición (por no decidir que b=1) se escoge

$$(ax+by+cu)\cdot y=vol^2(x, y, u)$$

Estas tres condiciones las cumplen a, b y c si son los adjuntos de la fila 2, (la tercera condición es el desarrollo del det M por la fila 2).

En cuanto a los coeficientes: $c_1=sen^2(x, y)$, $c_2=sen^2(u, <x, y>)$ cuando c_1 o c_2 son cero, la nube de puntos es una recta. El coeficiente de regresión es r_{12}.