Triángulos de Reuleaux y otras curvas de ancho constante

El ancho de una circunferencia es siempre el mismo. Esto es tan inherente a la idea de circunferencia, que curva de ancho constante podría parecer una buena definición de circunferencia. Sin embargo, hay infinitas curvas que comparten esa característica.

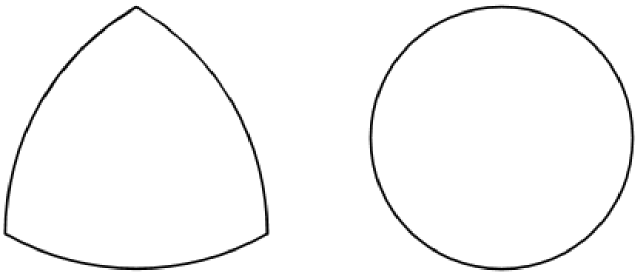

Fig. 1. Triángulo de Reuleaux y Círculo

¿Qué tienen en común estas dos figuras, que hace que den su forma a objetos tan diversos como monedas o tapas del sistema de alcantarillado? La respuesta es *tienen ancho constante*.

¿QUÉ ES EL ANCHO DE UNA CURVA?

Si acercamos dos lineas paralelas desde dos lados opuestos a una curva, hasta que la toquen, la distancia entre ellas en ese momento se denomina **ancho de la curva**. y las lineas, no necesariamente tangentes, **lineas sustentadoras.**

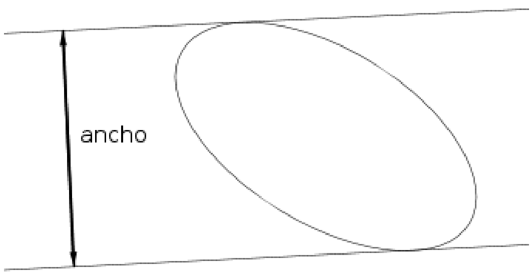

Fig. 2. Ancho de una curva

En la figura anterior el ancho de la curva, una elipse, no es constante, depende de la dirección en que dibujemos las lineas sustentadoras. Para una circunferencia en cambio, el ancho es siempre el mismo e igual a su diámetro. Esta última afirmación es tan inherente a la idea de circunferencia, que *curva de ancho constante* podría parecer una buena definición de circunferencia. Sin embargo, hay infinitas curvas que comparten esa característica.

EL TRIÁNGULO DE REULEAUX

La curva de la izquierda en la figura 1. se llama **triángulo de** Reuleaux, en honor a Franz Reuleaux(1829 – 1905), ingeniero alemán que lo utilizó en sus diseños. Se puede construir como se ve en la fig. 3., trazando circunferencias con centro en los vértices de un triángulo equilátero y radio igual al lado de dicho triángulo.

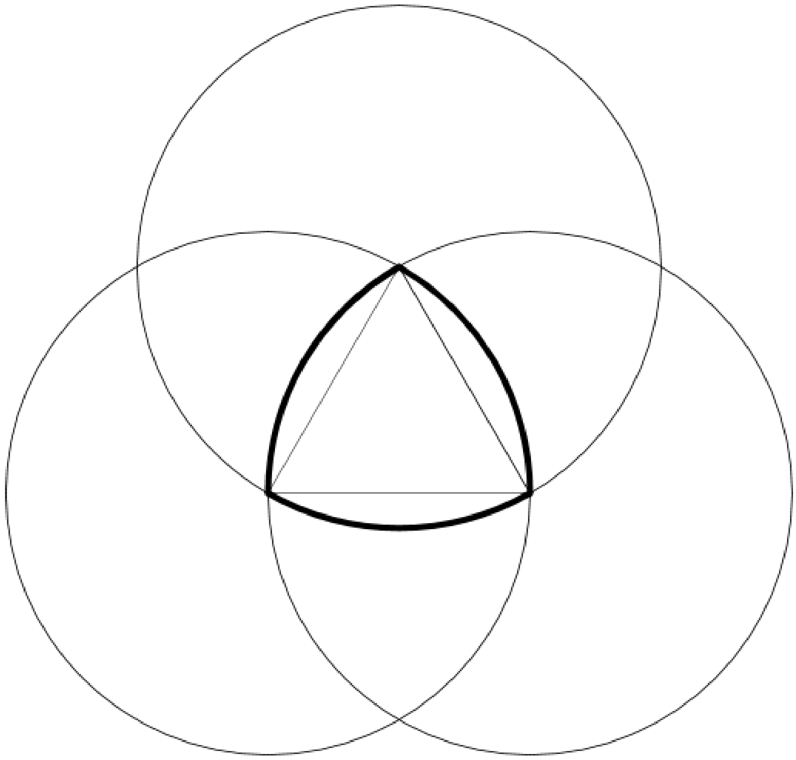

Fig. 3. Construcción de un triángulo de Reuleaux

Un triángulo de Reuleaux tiene, como la circunferencia, **ancho constante**. Es fácil de comprobar ya que el punto más alejado(dentro del triángulo) de cualquiera de los arcos de circunferencia, que lo limitan, es el vértice opuesto, que por ser el centro con el que ha sido trazado dista R del mismo.

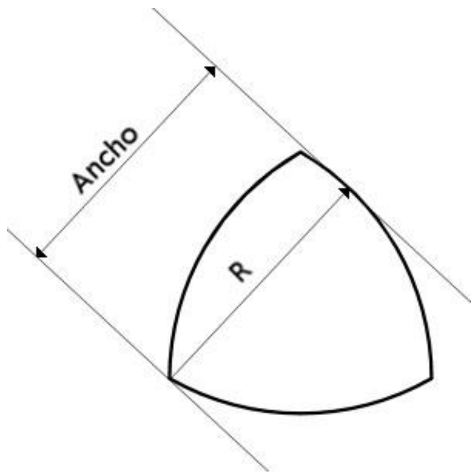

Fig. 4. El triángulo de Reuleaux tiene ancho constante

Si se construyen 2 grupos de lineas sustentadoras perpendiculares a una curva de ancho constante, la curva queda encerrada en un cuadrado de lado igual a la anchura de la curva, independientemente de la dirección de la lineas sustentadoras. Si se gira el cuadrado, la curva hace siempre contacto con el cuadrado en un punto en cada lado. Debido a la relatividad del movimiento, podemos también concluir que una curva de ancho constante puede girar dentro de un cuadrado, de lado el ancho de la curva, manteniendo siempre contacto con sus lados. El triángulo de la fig. 5. que gira en el interior de un cuadrado es la base de las brocas para hacer agujeros cuadrados.

Fig. 5. Triangulo de Reuleaux girando dentro de un cuadrado.

OTRAS CURVAS DE ANCHO CONSTANTE

Es posible construir *polígonos de Reuleaux* de forma análoga a como lo hemos hecho con el triángulo con la única condición de que el número de lados sea impar.

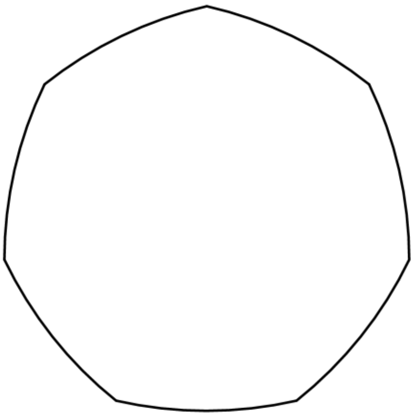

Fig. 6. Heptágono de Reuleaux

Es posible también construir curvas de ancho constante sobre polígonos que no sean regulares. En la figura, la base es un heptágono estrellado. Todas las lineas del heptágono tiene la misma longitud, que se corresponde con el ancho de la curva. Cada uno de los arcos circulares que forman la curva tiene su centro en el vértice opuesto.

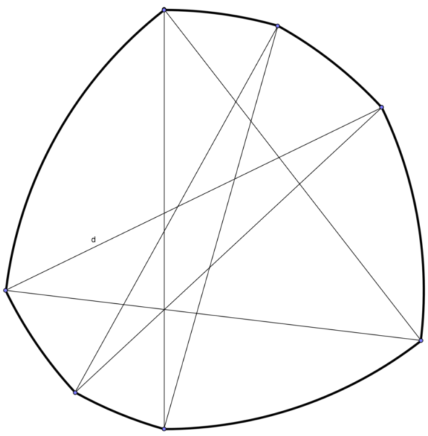

Fig. 7. Heptágono de Reuleaux irregular

Es posible redondear los vértices en este tipo de curvas. En la fig. 8. se muestra como hacerlo para un triángulo de Reuleaux. El procedimiento hace uso de unas lineas auxiliares, todas de igual longitud, que parten de cada vértice prolongando los lados del triángulo. Este procedimiento es válido para el resto de los polígonos vistos hasta ahora.

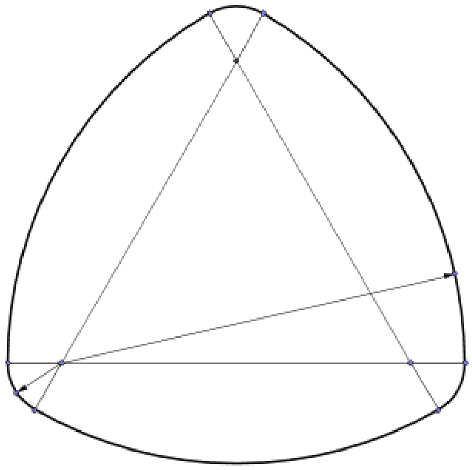

Fig. 8. Triangulo de Reuleaux con vértices redondeados

Aunque todas las curvas que se han visto hasta ahora están formadas por arcos de circunferencia, también es posible construir curvas de ancho constante con otros tipos de curvas.

ALGUNAS CURIOSIDADES GEOMÉTRICAS

- Todas las curvas de ancho constante son **convexas** lo que quiere decir que cualquier recta la corta en no más de dos puntos.
- El *teorema de Barbier* establece que todas las curvas de ancho constante D tienen el mismo perímetro, la longitud de una circunferencia de diámetro D:

πD

- Según el *teorema de Blaschke–Lebesgue*, para un ancho dado, el triángulo de Reuleaux es la curva de ancho constante que tiene un área menor. La circunferencia es la que la tiene mayor.

Área de un triángulo de Reuleaux de ancho D:
$\frac{1}{2}(\pi - \sqrt{3})D^2 \approx 0,705D^2$

Área de un círculo de ancho D:

$\frac{1}{4}\pi D^2 \approx 0,785D^2$

ALGUNOS USOS

Las monedas británicas de 20 y 50 peniques son heptágonos de Reuleaux. Estas formas facilitan a las personas invidentes el reconocimiento táctil de las mismas y pasan como las circulares la prueba de ancho en las máquinas que funcionan con monedas.

Fig. 9. Monedas británicas de 20 y 50 peniques con forma de heptágonos de Reuleaux

Las curvas de ancho constante permiten fabricar tapas de alcantarilla con la propiedad de que si se hacen un poco más anchas que el hueco, no se colarán accidentalmente por él.

Fig. 10. Tapa de alcantarilla de San Francisco con forma de triángulo de Reuleaux

Harry Watts diseño y patentó en 1914 una broca para taladrar agujeros cuadrados. Tiene una sección con forma de triángulo de Reuleaux con unas entradas a cada lado para dejar salir la viruta.

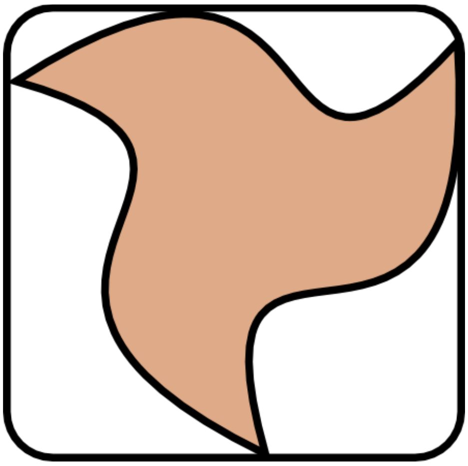

Fig. 11. Broca de Harry Watts para taladrar agujeros cuadrados

La base de su funcionamiento se ve en la fig. 5. El área que cubre el giro del triángulo es el 98,77 % del área del cuadrado cuyo lado es el ancho de la broca.

BIBLIOGRAFÍA

- **Bryant, John, Chris Sangwin**. 2008. *How Round Is Your Circle?*. (Princeton University Press: Princeton) [Capítulo 10]
  Cadwell, J. H. 2008. *Topics in Recreational Mathematics*. (Cambridge University Press: Cambridge) [Capítulo 15]
- **Gardner, Martin**. 1969. *The unexpected hanging, and other mathematical diversions.* (Simon and Schuster: New York) [Capítulo 18]
- **Montejano Peimbert, Luis**. 2003. *La cara oculta de las esferas*. (Fondo de Cultura Economica: Mexico) [Capítulos 6 y 7]
  Rademacher, Hans, Otto Toeplitz. 1970. *Números y figuras*. (Alianza:Madrid) [Capítulo 25]

Sobre como hacer agujeros cuadrados

- **Smith, S**. (1993). Drilling square holes. *Mathematics Teacher*, *86*(7), 579-83.

antonio / 23 marzo, 2016 / curiosidades, matemática recreativa / ancho de una curva, curvas de ancho constante, Harry Watts, sólido de ancho constante, Teorema de Barbier, Teorema de Blaschke–Lebesgue, Triángulo de Reuleaux